

Quiz

① Lineare Algebra

1.1 Was ist ein VR?

→ V eine Menge, K ein Körper

$$+ : (u+v)+w = u+(v+w)$$

$$0_V + v = v$$

$$(-v) + v = 0_V$$

$$u+v = v+u$$

$$\bullet : \alpha \cdot (u+v) = \alpha u + \alpha v$$

$$(\alpha + \beta) \cdot u = \alpha u + \beta u$$

$$(\alpha \cdot \beta) u = \alpha \cdot (\beta u)$$

$$1 \cdot u = u$$

1.2. Wann ist eine Menge in V linear abhängig?

$$\rightarrow \lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_n v_n = 0 \quad \text{für gewisse } \lambda_i$$

1.3 Was ist ein Skalarprodukt?

→ Abbildung $\langle \cdot, \cdot \rangle : V \times V \rightarrow K$ mit

$$(i) \langle x, x \rangle \geq 0 \quad \text{und} \quad \langle x, x \rangle = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$(ii) \langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$$

(iii) linear in einem Argument

1.4 Was ist die induzierte Norm?

$$\rightarrow \| \cdot \| = \sqrt{\langle \cdot, \cdot \rangle}$$

1.5 Was ist eine orthonormale Menge?

$$\rightarrow \langle x, y \rangle = 0 \quad \forall x \neq y \quad \& \quad \sqrt{\langle x, x \rangle} = \|x\| = 1$$

1.6. Was ist die duale Basis?

\rightarrow Sei $\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n\}$ Basis des Dualraums. Sie ist die Dualbasis zu $\{e_1, \dots, e_n\}$ (Basis von V) falls

$$\varepsilon_i(e_j) = \delta_{ij} \quad \forall i, j$$

1.7. Was ist der Eigenraum zum EW λ ?

$$\rightarrow \text{Ker}(A - \lambda \mathbb{1})$$

1.8. Was gilt für A, B diag'bar mit $\{A, B\} = 0$?

\rightarrow simultane Diag'barkeit.

1.9. Zeige, dass A hermitesch reelle EW besitzt.

$$\rightarrow \text{Sei } Av = \lambda v$$

$$\overline{\lambda} \langle v, v \rangle = \langle Av, v \rangle = \langle v, Av \rangle = \lambda \underbrace{\langle v, v \rangle}_{\neq 0} \Rightarrow \lambda = \overline{\lambda}$$

1.10 Zeige, dass Eig_{λ_1} & Eig_{λ_2} für $\lambda_1 \neq \lambda_2$ EW von A hermitesch orthogonal sind.

$$\rightarrow \lambda_1 \langle v_1, v_2 \rangle = \langle Av_1, v_2 \rangle = \langle v_1, Av_2 \rangle = \lambda_2 \langle v_1, v_2 \rangle$$

1.11 Was ist ein Hilbertraum?

\rightarrow VR mit Skalarprodukt \rightarrow vollständig bzgl. $\| \cdot \| = \sqrt{\langle \cdot, \cdot \rangle}$

1.12 Was ist $L^2(\mathbb{R})$?

\rightarrow VR der Fkt $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ mit $\|f\|^2 = \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 dx < \infty$

② Fourier-Theorie

2.1 Gibt es die Fouriertransformierte auf $L^1(\mathbb{R})$ bzw. auf $L^2(\mathbb{R})$? \rightarrow Ja

2.2 Wann existiert eine Fourier-Reihe?

\rightarrow Fkt. muss stückweise stetig und periodisch sein.

2.3. Wie berechnen sich die Fourier-Koeffizienten?

$$\rightarrow \frac{1}{L} \int_0^L f(x) e^{-\frac{2\pi i n x}{L}} dx$$

2.4. Gib die Formel der (inversen) Fourier-Transf.

$$\rightarrow \hat{f}(h) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ihx} dx \quad \check{f}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(h) e^{ihx} dx$$

2.5 Was ist $\widehat{\partial_x f(x)}(h)$?

$$\rightarrow ih \hat{f}(h)$$

2.6. Gib eine Definition der δ -Fkt.

③ Statistik

3.1. Gib die Formel für den Erwartungswert bei einer diskreten Verteilung.

$$\rightarrow E[X] = \sum_{i \in \Omega} x_i \cdot p_i$$

3.2 ... Varianz ...

$$\rightarrow \text{Var}[X] = \sum_{i \in \Omega} (x_i - E[X])^2 p_i$$

3.3 ... Erwartungswert ... kontinuierlich ...

$$\rightarrow E[X] = \int_{\mathbb{R}} x \cdot f(x) dx$$

3.4 ... Varianz ...

$$\rightarrow \text{Var}[X] = \int_{\mathbb{R}} (x - E[X])^2 f(x) dx$$

3.5. Wie folgt die Std.abw. aus der Varianz?

$$\text{Std}[X] := \sqrt{\text{Var}[X]}$$

3.6. Nenne eine andere Formel für die Varianz (aus QM).

$$\rightarrow \text{Var}[X] = E[X^2] - (E[X])^2$$

3.7. Was sind $E[X]$ & $\text{Var}[X]$ bei der Gaußschen Verteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

3.8. Nenne die Verbindung zwischen Statistik & QM.

$$\rightarrow f(x) \leftrightarrow |4(x)|^2$$

④ Wasserstoffatom

4.1 Was ist eine Gruppe?

$$\rightarrow \text{Menge } G \text{ mit } \cdot : G \times G \rightarrow G : \begin{array}{l} \text{(i) assoziativ} \\ \text{(ii) } e \\ \text{(iii) } a^{-1} \end{array}$$

4.2. Welche Gruppe tritt bei der Analyse des H-Atoms auf und warum?

$$\rightarrow SO(3)$$

4.3. Was ist eine Lie-Algebra?

$$\rightarrow VR \text{ mit Lie Klammer}$$

4.4. Nenne eine Basis von $\text{Lie}(SO(3))$.

$$\rightarrow J_x, J_y, J_z \text{ (antisymmetrisch)}$$

4.5 Welche Dimension haben die Darstellungsräume von $\mathfrak{su}(3, \mathbb{C})$ (endl.-dim & irreps)?

$$\rightarrow 2j+1 = N$$

4.6 $\det(\text{Exp}(A)) = \dots?$

$$\rightarrow \exp(\text{tr}(A))$$

4.7. Zeige, dass $\mathfrak{su}(3) = \{A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{C}) \mid A^\dagger + A = 0\}$.

1 Punkt	2 Punkte	3 Punkte
1.1	1.4	1.9
1.2	1.6	1.10
1.3	1.11	3.2
1.5	2.2	3.4
1.7	2.3	4.7
1.8	2.5	
1.12	2.6	
2.1	3.6	
2.4	4.1	
3.1	4.3	
3.3	4.5	
3.5		
3.7		
3.8		
4.2		
4.4		
4.6		